공업응용수학
Class #: 1747)

1. 강의시간

월요일 1교시 (09:00 ~ 10:15)
수요일 2교시 (10:30 ~ 11:45)

2. 강의방법

- 비대면 온라인 실시간 동영상 강의
- 실시간 강의 URL: https://zoom.us/j/8755406405
- Ppt와 교재로 실시간 동영상 강의

3. 강의자료

1) Ppt: 학과 홈페이지 수업자료실에 업로드
2) 교재

4. 수강학생 사전 준비사항

- PC 또는 스마트폰에 Zoom 설치/실행
- Zoom 웹사이트 계정 개설
- 온라인 음성/영상 송수신 방법 습득 등

5. 온라인 강의실 사전안내 방법

- 온라인 강의 전, URL 사이트와 온라인 강의실 #는 타이거스에서 SMS와 DU Talk 앱으로 사전에 안내할 예정

※ DU Talk 앱 미설치 학생들에게 이미 설치할 것을 권고하는 SMS와 PUSH 전자공지로 안내한 바 있음

수 업 계 획 서

2020학년도 제1학기 대구대학교

교과목명	공업응용수학			학점/시간	3	학년	1	담당교수	김문현
수강번호	1747					편성 시간	이론	실습	설계
수강학과(부)	환공						3	0	0
연구실	공과대학관 6603	연락처	연구실: 자 택: 휴대폰:	053-850-6693 010-2545-6693		면담시간	1	09:00	10:00
						과외특별 지도시간	1	09:00	10:00
E-mail			선수과목			후수과목			

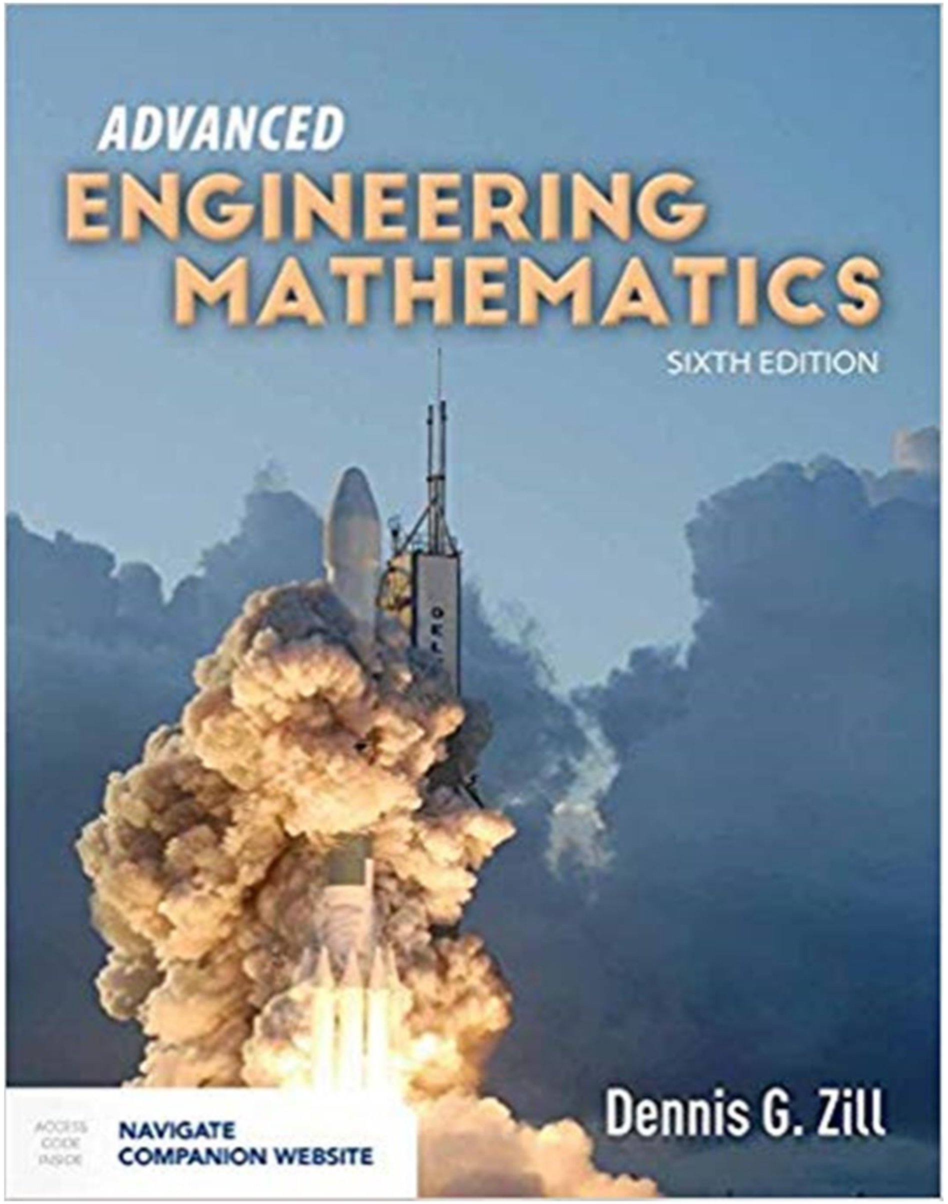
1.교과목개요

공학인으로서 갖추어야 할 여러 가지 수학적인 기초이론과 응용을 학습하고, 환경공학과 관련된 오염물질의 분산 및 처리공정, 플랜트 설계 및 분석 등에서 요구되는 수학지식들, 즉 미적분학, 선형 대수학, Laplace 변환과 이의 공학적 응용 등을 학습한다.

4.평가방법(학칙 제 47조 및 학업 성적평가에 관한 규정 제2조:시험 60-70%(중간 20-50%, 기말20-50%), 과제 10-20%, 출석 20%를 기준으로 종합평가하여 등급별 분포비율에 따라 부여함. 단, 상대평가 예외적용 대상 범위 평가 시 출석을 제외한 시험, 과제 비율은 예외로 할 수 있음(상세내용은 관련 규정 참조)

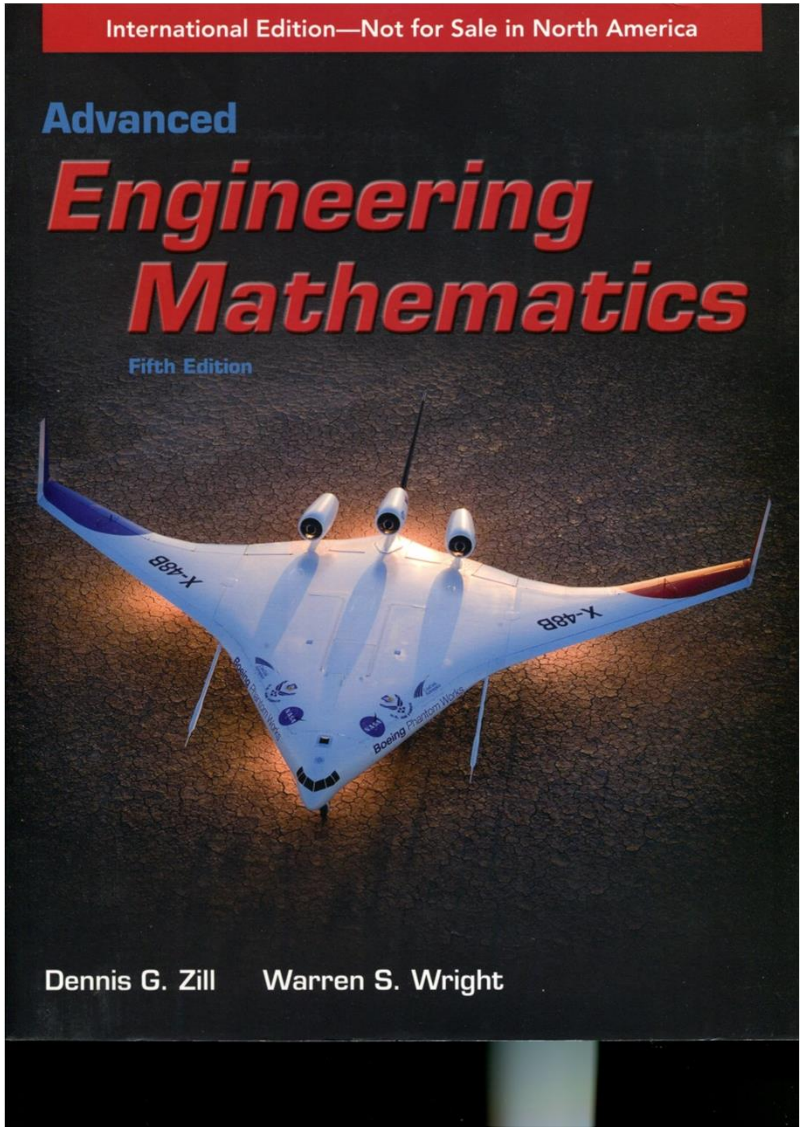
중간 30%, 기말 40%, 과제 10%, 출석 20%

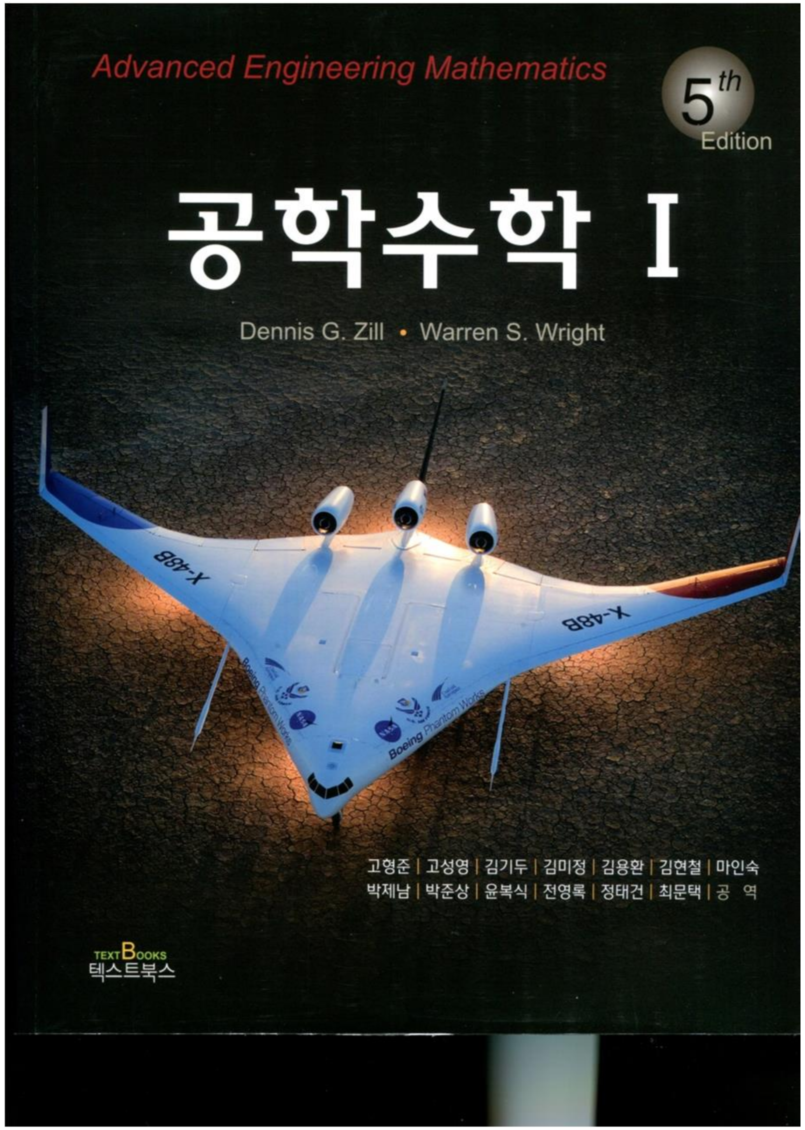
교재 소개



D.G. Zill, Advance Engineering Mathemetics (6^{th} Edn.), Jones & Bartlett, 2018.

강의계획: PART A





※ 5판 번역본이 상대적으로 양호하므로 이를 준비하는 것이 하나의 방안이고, 다른 저자의 책도 가능

Chapter 1 Introduction to Differential Equations

1.1 Definition and Terminology

■ Introduction

- 미분방정식: 도함수를 포함하는 식의 풀이를 암시함
- 이 주제에 관한 기본적인 정의와 용어들을 고찰함

■ A Definition

$$y = \phi(x) = e^{0.1x^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = 0.2xe^{0.1x^2} = 0.2xy, \quad \text{or} \quad \frac{dy}{dx} = 0.2xy \tag{1}$$

- 식 (1)이 주어졌을 때 $y = \phi(x)$ 를 어떻게 구할 수 있을까?
- 주어진 도함수에 대하여 그의 역도함수를 찾는 문제

Definition 1.1 Differential Equation

(도함수를 포함하는 방정식) ➔ 미분방정식 **(Differential Equation)**

■ Classification by Type

- 상미분 방정식 (ODE; Ordinary differential equation)

한 개의 독립변수에 대한 상도함수를 포함하는 방정식

$$\frac{dy}{dx}+5y=e^x, \quad \frac{d^2y}{dx^2}-\frac{dy}{dx}+6y=0, \text{ and } \frac{dx}{dt}+\frac{dy}{dt}=2x+y$$

($y'+5y=e^x$, $y''-y'+6y=0$, and $\dot{x}+\dot{y}=2x+y$)

- 편미분 방정식 (PDE; Partial differential equation)

두 개 이상의 독립변수에 대한 한 개 이상의 종속변수의 편도함수를 포함하는 방정식;

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-2\frac{\partial u}{\partial t} \quad \text{and} \quad \frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{\partial v}{\partial x}$$

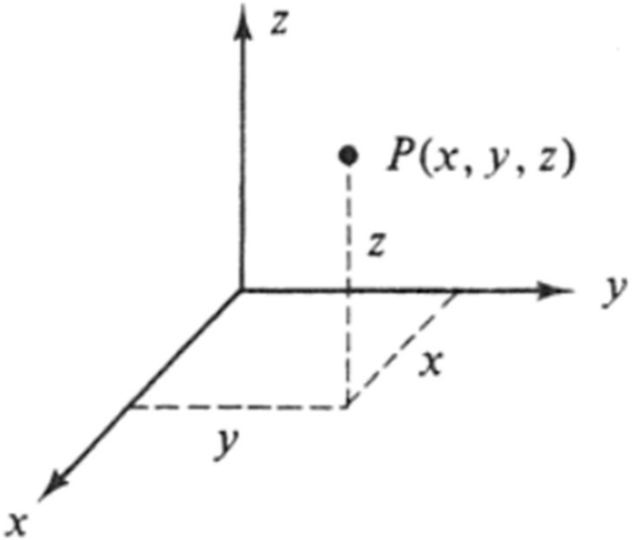
($u_{,xx}=u_{,tt}-2u_{,t}$ and $u_y=-v_x$)

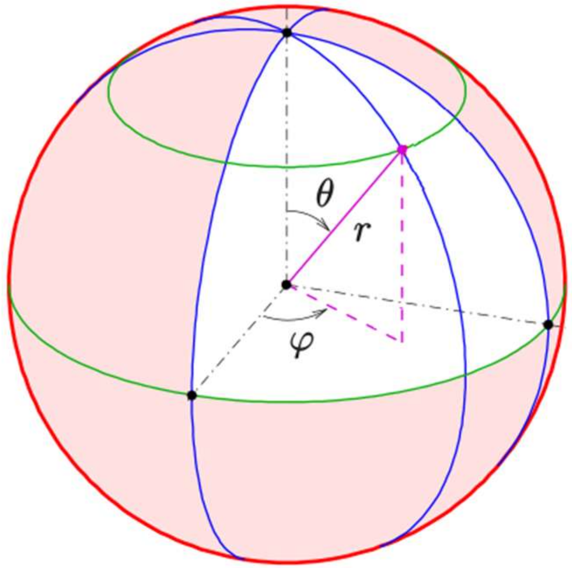
미분방정식을 이해하기 위해 필요한 기초적인 수학 지식

1. 변수와 좌표

- 변수: $x, y, z, r, \theta, \ \varphi$ ………..
- 좌표계의 종류

직교좌표(Cartesian coordinate)
구형좌표(spherical coordinate)





※ 정육면체 등의 공간구조: 직교좌표계로 표시하면 용이
구형물체의 공간구조: 구형좌표계로 나타내면 용이

(Continued)

2. 독립변수(independent variables)와 종속변수(dependent variables)

   1) 변수가 2개일 경우: x, y

   2) 변수가 3개 또는 그 이상일 경우: $x, y, z, \dots\dots\dots\dots\dots.$

3. 미분방정식에서 독립변수와 종속변수의 위치

   1) 독립변수: 분모에
   2) 종속변수: 분자에

Q1. 상미분방정식과 편미분방정식의 가장 쉬운 구분법?

Notation

Leibniz notation: $dy/dx,\ d^2y/dx^2, \ldots,$

Prime notation: $y',\ y'', \ldots$

Newton's dot notation: $\dot{s},\ \ddot{s}, \ldots$(시간 t 에 대한 미분 표현에 사용됨)

■ Classification by Order

방정식의 계수 (Order): 미분방정식에 들어 있는 최고계 도함수의 계수

$$\underbrace{\frac{d^2y}{dx^2}}_{\text{Second Order}} + 5\underbrace{\left(\frac{dy}{dx}\right)^3}_{\text{First Order}} - 4y = e^x$$ → **2 계 상미분 방정식**

$F(x, y, y', \ldots, y^{(n)}) = 0$; *n*-계 미분방정식의 일반형

$\dfrac{d^n y}{dx^n} = f(x, y, y', \ldots, y^{(n-1)})$; 정규형 (Normal form)

$\dfrac{dy}{dx} = f(x, y)$ and $\dfrac{d^2 y}{dx^2} = f(x, y, y')$; 1 계 / 2 계 상미분방정식의 정규형 (Normal form)

Classification by Linearity

$F(x, y, y', \ldots, y^{(n)}) = 0$ 가 $y, y', \ldots, y^{(n)}$ 에 대해 선형인 경우 → 선형미분방정식

$$a_n(x)\frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x)\frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \cdots + a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)$$ → n-계 선형 상미분방정식

- 종속변수 y 와 그 도함수는 모두 1 차식
- 각 계수는 독립변수만의 함수

1 계 / 2 계 / 3 계 선형 상미분방정식의 예:

$$(y-x)\,dx + 4x\,dy = 0,\quad y'' - 2y' + y = 0,\quad \frac{d^3 y}{dx^3} + 3x\frac{dy}{dx} - 5y = e^x$$

1 계 / 2 계 / 4 계 비선형 상미분방정식의 예:

$$\overbrace{(1-y)y'}^{\substack{\text{Nonlinear term;}\\ \text{coefficient depends on } y}} + 2y = e^x,\quad \frac{d^2 y}{dx^2} + \overbrace{\sin y}^{\substack{\text{Nonlinear term;}\\ \text{nonlinear function of } y}} = 0,\quad \frac{d^4 y}{dx^4} + \overbrace{y^2}^{\substack{\text{Nonlinear term;}\\ \text{power not 1}}} = 0$$

■ Solution

Definition 1.2 Solution of an ODE

함수 $\phi(x)$ 를 주어진 미분방정식에 대입하여 그 방정식을 만족시키는 경우 → 해 **(Solution)**

$$F(x,\phi(x),\phi'(x),\ldots,\phi^{(n)}(x)) = 0 \text{ for all } x \text{ in } I$$

■ Interval of Definition; 함수와 함수의 도함수가 정의되는 구간 I , 여러 이름으로 부름

정의 구간 (Interval of definition)

존재 구간 (Interval of existence)

유효 구간 (Interval of validity)

해의 정의역 (Domain of the solution)

개구간 (a,b), 폐구간 $[a,b]$, 또는 무한구간 (a,∞) 등이 될 수 있음.

Example 1 Verification of a Solution

주어진 함수가 구간 $(-\infty,\infty)$에서 미분방정식의 해 임을 증명하기.

(a) $dy/dx = xy^{1/2}$, $y = x^4/16$

(b) $y'' - 2y' + y = 0;\ y = xe^x$

Solution

(a) 좌변: $\dfrac{dy}{dx} = 4 \cdot \dfrac{x^3}{16} = \dfrac{x^3}{4}$

우변: $xy^{1/2} = x \cdot \left(\dfrac{x^4}{16}\right)^{1/2} = x \cdot \dfrac{x^2}{4} = \dfrac{x^3}{4}$ ← 좌변과 동일

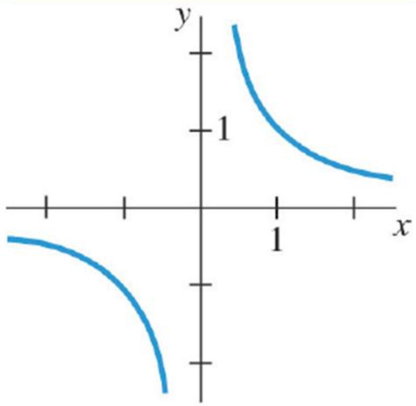
(b) 좌변: $y'' - 2y' + y = (xe^x + 2e^x) - 2(xe^x + e^x) + xe^x = 0$ ← 우변과 동일

Note) 위의 (a), (b)에서 $y = 0$도 solution 이다. 이것을 자명해 (trivial solution)라고 부름.

■ Solution Curve

상미분방정식의 해 $\phi(x)$ 의 곡선 → 해곡선 (Solution Curve)

주의: 함수 $\phi(x)$ 의 영역과 해 $\phi(x)$ 의 정의구간 I 는 다를 수 있음.



(a) Function $y = 1/x,\ x \neq 0$

Example 2 Function vs. Solution

함수의 영역 (Domain): 함수가 정의되는 영역

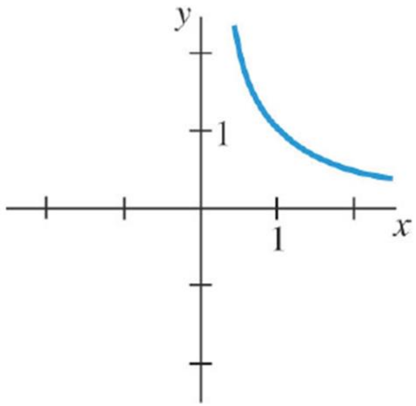
해의 구간 (Interval) I : 해가 정의되는 영역의 부분집합

(ex) $y = 1/x$ ($xy' + y = 0$ 의 해)

영역 (Domain): $x = 0$ 을 제외한 모든 점

해의 구간 (Interval): $x = 0$ 을 포함하지 않은 모든 구간

예: $(-3,-1)$, $(1/2,10)$, $(-\infty,0)$, $(0,\infty)$



(b) Solution $y = 1/x,\ (0,\ \infty)$

Families of Solution

미분방정식 $F(x, y, y') = 0$ 에 대하여

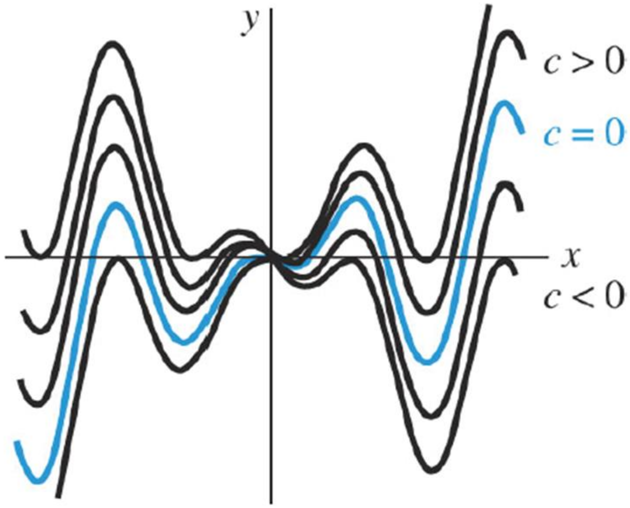
One parameter family of solution

→ $G(x, y, c) = 0$

미분방정식 $F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$ 에 대하여

n-parameter family of solution

→ $G(x, y, c_1, c_2, \dots, c_n) = 0$



예) $xy' - y = x^2 \sin x$ 의 해는 $y = cx - x\cos x$

- 해의 그림을 여러 값의 c에 대하여 도시함.
- $c = 0$인 경우의 해, 즉 parameter 를 포함하지 않는 해 → 특수해 (Particular Solution)